第７講　図形(4)

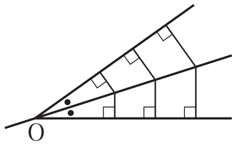
§１　角の二等分線，いろいろな作図(3)，図形の移動

【Point】

角の二等分線の性質

角の二等分線上の点から２直線までの

「　　　」は等しい

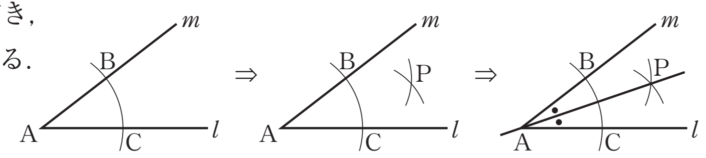


角の二等分線の作図

①　A を中心とする円を描き，
直線との交点 B，C とする．

②　B，C をそれぞれ
中心とする同じ半径
の円を描き，その交点を P とする．

③　直線 AP が求める角の二等分線である．



直線上の点から引く垂線の作図　⟶　「　　　　　　」の作図と同じ

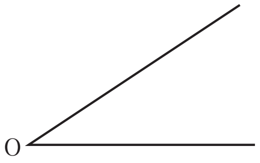
平行移動 ……　形を変えずに一定の方向に一定の距離だけずらすこと．

対称移動 ……　ある直線 l を折り目として折り返すこと．直線 l を「　　　　」という．

回転移動 ……　ある点 O を中心として一定の角度だけ回すこと．点 O を「　　　　」
という．

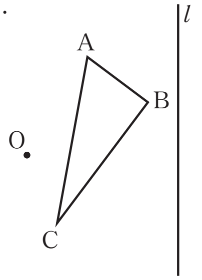
例題７－１　（解答 p.33）

(1)　下の角の二等分線を作図せよ．



(2)　下の点 O を通る直線 l の垂線を作図せよ．

(3)　次の △ABC を直線 l に関して対称移動した図形を描け．また，△ABC を点 O に関して 180° 回転移動した図形を描け．

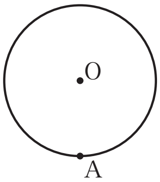


ⒸRECRUIT HOLDINGS

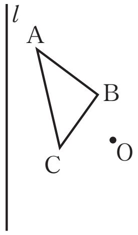
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－１　（解答 p.33）

(1)　右の図で，点 A を通る円 O の接線を作図せよ．



(2)　次の △ABC を直線 l に関して対称移動した図形を描け．
　また，△ABC を点 O に関して 180° 回転移動した図形を描け．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

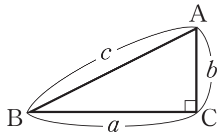
§２　三平方の定理，三平方の定理の逆

【Point】

三平方の定理

右の直角三角形の 3 辺の長さ a，b，c について

「　　　　　　　　」が成り立つ．

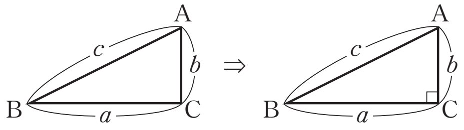


三平方の定理の逆

三角形の 3 辺の長さ a，b，c に

「　　　　　　　　」が成り立つならば，

その三角形は「　　　」を斜辺の長さとする直角三角形である．

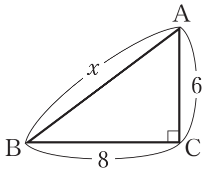


$a^2+b^2=c^2$　　　　$\angle ACB=90°$

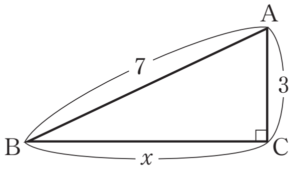
例題７－２　（解答 p.34）

(1)　次の直角三角形で，x の値を求めよ．

(i)



(ii)



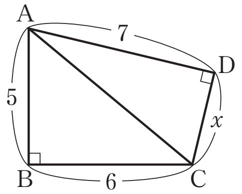
(2)　次の長さを 3 辺とする三角形において，直角三角形であるものを選べ．

(i)　9，12，15　　(ii)　4，5，7　　(iii)　10，26，24

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－２　（解答 p.34）

(1)　右の直角三角形で，x の値を求めよ．



(2)　次の長さを３辺とする三角形において，直角三角形であるものを選べ．

（i）　8，16，12　　(ii)　16，30，34　　(iii)　12，16，20

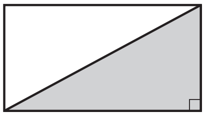
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

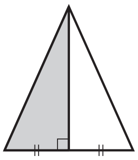
§３　三平方の定理の利用

【Point】

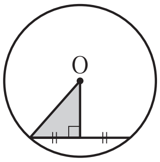
長方形の対角線



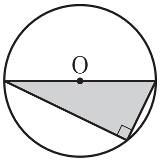
二等辺三角形の高さ



円の中心から弦に下ろした垂線



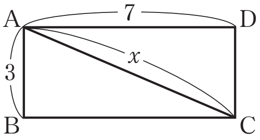
円の直径



例題７－３　（解答 p.34）

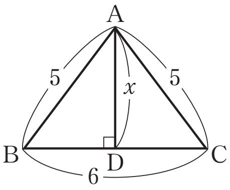
次の図で，x の値を求めよ．

(1)

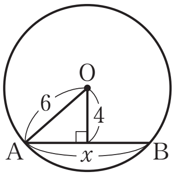


長方形 ABCD

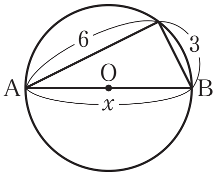
(2)



(3)



(4)



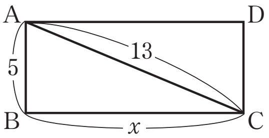
AB は円の直径

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－３　（解答 p.34）

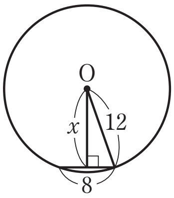
次の図で，x の値を求めよ．

（1）

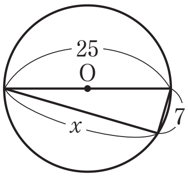


長方形 ABCD

（2）



（3）



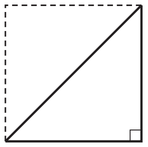
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§４　特別な直角三角形

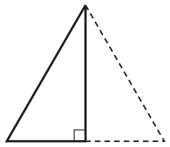
【Point】

特別な直角三角形の３辺の比と角度

正方形の対角線



正三角形の高さ



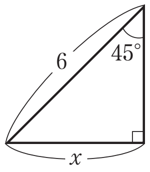
３辺の比は「　　:　　:　　」　　３辺の比は「　　:　　:　　」

３つの内角は「90°,　　,　　」　　３つの内角は「　　,　　, 90°」

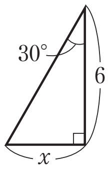
例題７－４　（解答 p.35）

(1)　次の図で，x の値を求めよ．

(i)

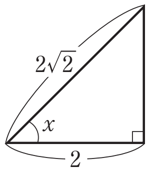


(ii)

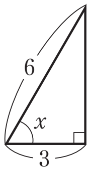


(2)　やや難　次の図で，$\angle x$ を求めよ．

(i)



(ii)

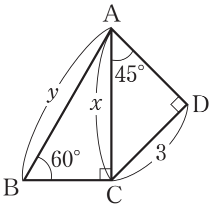


©RECRUIT HOLDINGS

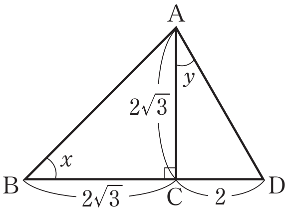
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－４　（解答 p.35）

(1)　次の図で，x，y の値を求めよ．



(2)　[やや難]　次の図で，$\angle x$，$\angle y$ を求めよ．



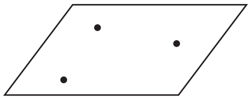
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

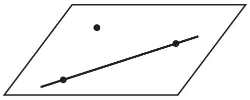
§５　空間における平面，直線

【Point】

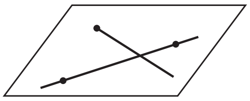
平面が１つに決まる条件

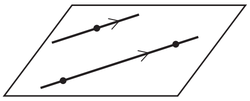
①　１直線上にない３点　　　　②　１直線とその直線外の１点





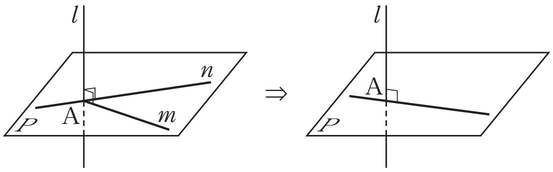
③「　　　　　　　　」にない２直線（交わる２直線，または平行な２直線）





直線と平面の垂直

直線 l が平面Ｐと点Ａで交わり，Ａを通るＰ上の「　　　」の直線と垂直ならば l とＰは垂直である．このとき，直線 l は点Ａを通る平面Ｐ上のすべての直線と垂直である．



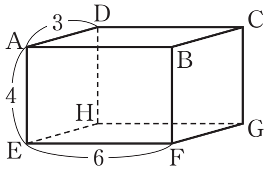
例題７－５　（解答 p.35）

⑴　平面が１つに決まる条件をすべて述べよ．

⑵　右の直方体 ABCD-EFGH において，次の問いに答えよ．

（i）　直線 AE と垂直で，点Ｅを通る直線を求めよ．

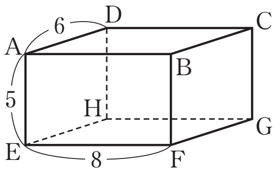
（ii）　対角線 AG の長さを求めよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－５　（解答 p.35）



⑴　右図の直方体で，対角線 BH の長さを求めよ.

⑵　1 辺 4 の立方体の対角線の長さを求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

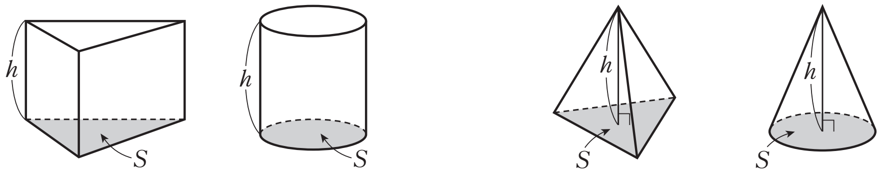
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§６　角錐，円錐

【Point】

底面積を S，高さを h とすると

角柱，円柱の体積 V は　$V=Sh$　　　角錐，円錐の体積 V は「　　　　　」



底面が三角形のとき，「　　　柱」「　　　錐」

底面が正三角形のとき，「　　　　柱」「　　　　錘」

※すべての面が正三角形の角錐　⟶　「　　　　　」

底面が四角形のとき，「　　　柱（または「　　　　」)」「　　　錘」

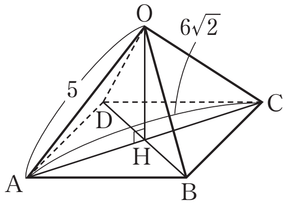
底面が「　　　　」のとき，「　　　　柱」「　　　　錘」

※すべての面が正方形の角柱　⟶　「　　　　（または「　　　　　」)」

例題７－６　（解答 p.36）

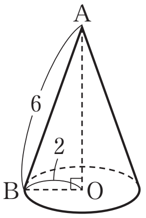
次の立体の表面積および体積を求めよ．

(1)



正四角錐

(2)



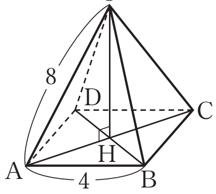
円錐

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題7－6　（解答 p.36）

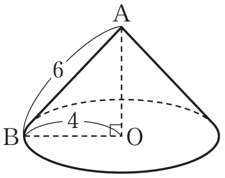
次の立体の表面積および体積を求めよ．

(1)



正四角錐

(2)



円錐

ⒸRECRUIT HOLDINGS

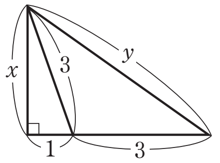
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第７講　図形(4)

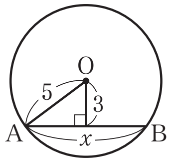
(1)　右の図の直角三角形において

$x=$ [ア] $\sqrt{[イ]}$, $y=$ [ウ] $\sqrt{[エ]}$

である.



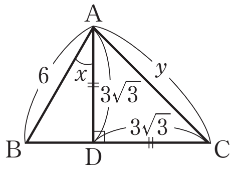
(2)　右の図の円において, $x=$ [オ] である.



(3)　右の図において

$\angle x=$ [カキ]°, $y=$ [ク] $\sqrt{[ケ]}$

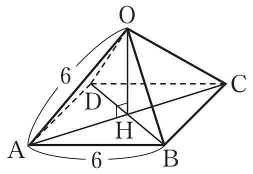
である.



(4)　右の図の正四角錐について

表面積は　$36+$ [コサ] $\sqrt{[シ]}$,

体積は　[スセ] $\sqrt{[ソ]}$ である.



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

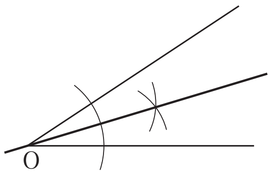
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

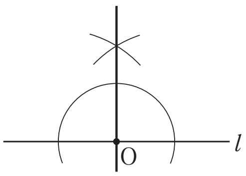
第７講　図形(4)

例題７－１

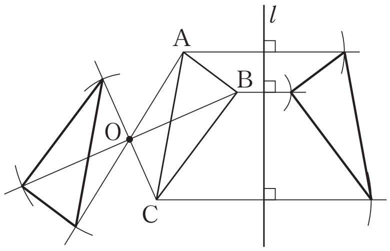
(1)



(2)



(3)　(垂線の作図は省略)

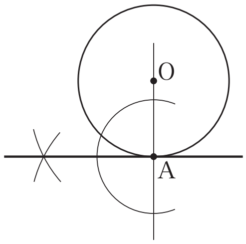


【解説】

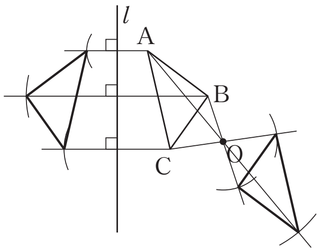
(2)　直線上の点 O から引く垂線は，角 (180°) の二等分線である．

類題７－１

(1)



(2)　(垂線の作図は省略)



【解説】

(1)　A を通る直線 OA の垂線が求める接線

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－２

(1)　(ⅰ)　$x=10$　　(ⅱ)　$x=2\sqrt{10}$　　(2)　(ⅰ)と(ⅲ)

【解説】

(1)　(ⅰ)　$8^2+6^2=x^2$　　$x^2=100$　　$x>0$ より　$x=10$

(ⅱ)　$x^2+3^2=7^2$　　$x^2=40$　　$x>0$ より　$x=2\sqrt{10}$

(2)　(ⅰ)　$15^2=225$　　$9^2+12^2=225$　　これらは等しい

(ⅱ)　$7^2=49$　　$4^2+5^2=41$　　これらは等しくない

(ⅱ)　$26^2=676$　　$10^2+24^2=676$　　これらは等しい

類題７－２

(1)　$x=2\sqrt{3}$　　(2)　(ⅱ)と(ⅲ)

【解説】

(1)　AC$=y$ とすると　$5^2+6^2=y^2$　　$y^2=61$

$x^2+7^2=y^2$　　$x^2+49=61$　　$x^2=12$　　$x>0$ より　$x=2\sqrt{3}$

(2)　(ⅰ)　$16^2=256$　　$8^2+12^2=208$　　これらは等しくない

(ⅱ)　$34^2=1156$　　$16^2+30^2=1156$　　これらは等しい

(ⅲ)　$20^2=400$　　$12^2+16^2=400$　　これらは等しい

例題７－３

(1)　$x=\sqrt{58}$　　(2)　$x=4$　　(3)　$x=4\sqrt{5}$　　(4)　$x=3\sqrt{5}$

【解説】

(1)　$x^2=3^2+7^2=58$　　(2)　BD$=3$　よって　$x^2+3^2=5^2$

(3)　AB の中点を H とすると　$\mathrm{AH}^2+4^2=6^2$　　$\mathrm{AH}=2\sqrt{5}$

よって　$x=2\mathrm{AH}=4\sqrt{5}$

(4)　$3^2+6^2=x^2$

類題７－３

(1)　$x=12$　　(2)　$x=8\sqrt{2}$　　(3)　$x=24$

【解説】

(1)　$x^2+5^2=13^2$　　(2)　$x^2+4^2=12^2$　　(3)　$x^2+7^2=25^2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－４

(1)　(i)　$x=3\sqrt{2}$　　(ii)　$x=2\sqrt{3}$　　(2)　(i)　$\angle x=45^\circ$　　(ii)　$\angle x=60^\circ$

【解説】

(1)　(i)　$1:\sqrt{2}=x:6$　　$\sqrt{2}x=6$　　$x=\dfrac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

　　(ii)　$1:\sqrt{3}=x:6$　　$\sqrt{3}x=6$　　$x=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

(2)　(i)　$2:2\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$　より　$\angle x=45^\circ$　　(ii)　$3:6=1:2$　より　$\angle x=60^\circ$

類題７－４

(1)　$x=3\sqrt{2}$，$y=2\sqrt{6}$　　(2)　$\angle x=45^\circ$，$\angle y=30^\circ$

【解説】

(1)　$1:\sqrt{2}=3:x$　　$x=3\sqrt{2}$　　$3\sqrt{2}:y=\sqrt{3}:2$　　$\sqrt{3}y=6\sqrt{2}$　　$y=2\sqrt{6}$

(2)　AC：BC＝1：1 より　$\angle x=45^\circ$　　AC：CD＝$\sqrt{3}$：1 より　$\angle y=30^\circ$

例題７－５

(1)　1 直線上にない 3 点，1 直線とその直線外の 1 点，ねじれの位置にない 2 直線

(2)　(i)　直線 EF，EH，EG　　(ii)　$\sqrt{61}$

【解説】

(2)　(i)　辺だけではない.

　　(ii)　$EG^2=3^2+6^2$　$EG=3\sqrt{5}$

　　AE⊥EF，AE⊥EH より，AE⊥平面 EFGH

　　よって，AE⊥EG より　$AE^2+EG^2=AG^2$　　$AG^2=16+45=61$　　$AG=\sqrt{61}$

類題７－５

(1)　$5\sqrt{5}$　　(2)　$4\sqrt{3}$

【解説】

(2)　1 辺の長さを a とすると，各面の対角線は $\sqrt{2}a$

　よって対角線の長さを l とすると　$a^2+(\sqrt{2}a)^2=l^2$　　$l^2=3a^2$

　$a>0$，$l>0$ より　$l=\sqrt{3}a$　　$a=4$ より　$l=4\sqrt{3}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－６

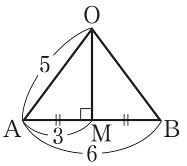
(1)　表面積　84　　体積　$12\sqrt{7}$　　(2)　表面積　16π　　体積　$\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$

【解説】

(1)　$AB : 6\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$ より　$AB=6$　よって，四角形 $ABCD = 6^2 = 36$

また，△OAB は二等辺三角形より，頂点 O から AB に垂線 OM を下ろすと

$3^2 + OM^2 = 5^2$　$OM = 4$　　よって　$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$



したがって，表面積＝四角形 ABCD＋△OAB×4＝36＋12×4＝84

$AH = 3\sqrt{2}$ より　$(3\sqrt{2})^2 + OH^2 = 5^2$　　$OH = \sqrt{7}$

よって体積＝四角形 $ABCD \times OH \times \frac{1}{3} = 36 \times \sqrt{7} \times \frac{1}{3} = 12\sqrt{7}$

(2)　底面積は　$2^2\pi = 4\pi$

側面は扇形であり，その弧の長さは底面の円周の長さに等しい．その長さを l とすると，

$l = 4\pi$．よって側面積は　$\frac{1}{2} \times l \times 6 = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6 = 12\pi$　　したがって表面積は　16π

$AO^2 + 2^2 = 6^2$ より　$AO = 4\sqrt{2}$　　よって体積＝$4\pi \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$

類題７－６

(1)　表面積　$16+16\sqrt{15}$　　体積　$\frac{32\sqrt{14}}{3}$　　(2)　表面積　40π　　体積　$\frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$

【解説】

(1)　四角形 $ABCD = 4^2 = 16$

また，△OAB は二等辺三角形より，頂点 O から AB に垂線 OM を下ろすと

$2^2 + OM^2 = 8^2$　$OM = 2\sqrt{15}$　　よって　$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15}$

したがって，表面積＝四角形 $ABCD + \triangle OAB \times 4 = 16 + 4\sqrt{15} \times 4 = 16 + 16\sqrt{15}$

$AH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ より　$(2\sqrt{2})^2 + OH^2 = 8^2$　　$OH = 2\sqrt{14}$

よって　体積＝四角形 $ABCD \times OH \times \frac{1}{3} = 16 \times 2\sqrt{14} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{14}}{3}$

(2)　底面積は　$4^2\pi = 16\pi$

側面は扇形であり，その弧の長さは底面の円周の長さに等しい．その長さを l とすると，

$l = 8\pi$．よって側面積は　$\frac{1}{2} \times l \times 6 = \frac{1}{2} \times 8\pi \times 6 = 24\pi$　　したがって表面積は　40π

$AO^2 + 4^2 = 6^2$ より　$AO = 2\sqrt{5}$　　よって体積＝$16\pi \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$

ⓒRECRUIT HOLDINGS

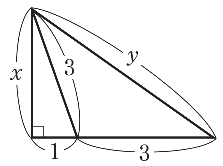
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第７講　図形(4)

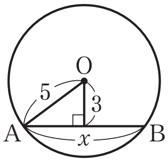
(1)　右の図の直角三角形において

$x=$ [ア] $\sqrt{[イ]}$，$y=$ [ウ] $\sqrt{[エ]}$

である．



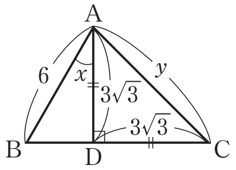
(2)　右の図の円において，$x=$ [オ] である．



(3)　右の図において

$\angle x=$ [カキ]°，$y=$ [ク] $\sqrt{[ケ]}$

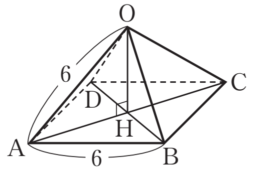
である．



(4)　右の図の正四角錐について

表面積は　36＋ [コサ] $\sqrt{[シ]}$，

体積は [スセ] $\sqrt{[ソ]}$ である．



解答例

(1)　$x^2=3^2-1^2$ より　$x^2=8$　　$x>0$ より　$x=\mathbf{2\sqrt{2}}$

　$(2\sqrt{2})^2+4^2=y^2$ より　$y^2=24$　　$y>0$ より　$y=\mathbf{2\sqrt{6}}$

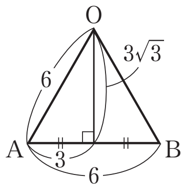
(2)　弦 AB の中点を M とし，AM$=y$ とおくと

　$y^2+3^2=5^2$ より　$y=4$　　よって　$x=2y=\mathbf{8}$

(3)　直角三角形 ABD で，AB：AD$=6:3\sqrt{3}=2:\sqrt{3}$ より　$\angle x=\mathbf{30}°$

直角二等辺三角形 ACD で，AD：AC$=1:\sqrt{2}$　より　$3\sqrt{3}:y=1:\sqrt{2}$　　$y=\mathbf{3\sqrt{6}}$

(4)　△OAB は正三角形より，その面積は $6\times3\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=9\sqrt{3}$



よって表面積は，四角形 ABCD＋△OAB×4

$=6^2+9\sqrt{3}\times4=36+\mathbf{36\sqrt{3}}$

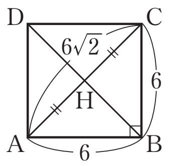
また，$\mathrm{AH}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AC}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ より，

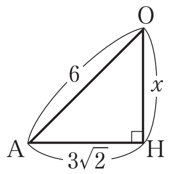
OH$=x$ とおくと　$x^2+(3\sqrt{2})^2=6^2$　　$x^2=18$

$x>0$ より　$x=3\sqrt{2}$　つまり　OH$=3\sqrt{2}$

よって体積は，

四角形 ABCD×OH$\times\dfrac{1}{3}=36\times3\sqrt{2}\times\dfrac{1}{3}=\mathbf{36\sqrt{2}}$





ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。